



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

ESCUELA NACIONAL PREPARATORIA

Plan de estudios 1996



Programa						
Matemáticas VI Áreas I y II						
Clave 1600	Semestre / Año 6º	Créditos 20	Área	I Ciencias Físico – Matemáticas y de las Ingenierías II Ciencias Biológicas y de la Salud		
			Campo de conocimiento			Matemáticas
			Etapa			Propedéutica
Modalidad	Curso (X) Taller () Lab. () Sem. ()			Tipo	T (X) P () T/P ()	
Carácter	Obligatorio () Optativo () Obligatorio de elección (X) Optativo de elección ()			Horas		
				Semana	Semestre / Año	
				Teóricas: 5	Teóricas: 150	
				Prácticas: 0	Prácticas: 0	
				Total: 5	Total: 150	

Seriación	
Ninguna ()	
Obligatoria ()	
Asignatura antecedente	
Asignatura subsecuente	
Indicativa (X)	
Asignatura antecedente	Matemáticas V
Asignatura subsecuente	

Aprobado por el H. Consejo Técnico el 13 de abril de 2018

I. Presentación

El propósito de la asignatura Matemáticas VI, Áreas I y II es que los alumnos apliquen los conceptos básicos del Cálculo (diferencial e integral) para estudiar y modelar el movimiento, el cambio y la medida, mediante el análisis de procesos infinitos. Este último curso de Matemáticas del bachillerato introduce a los estudiantes, de manera gradual, a los conceptos de derivada e integral así como a los problemas que históricamente dieron lugar al desarrollo del Cálculo.

Al abordar los contenidos de este programa, los estudiantes desarrollarán habilidades analíticas, algorítmicas y geométricas que les permitan comprender y aplicar los conceptos del Cálculo en el planteamiento y solución de problemas para comprender su entorno y tomar decisiones. El programa indica los conceptos que serán estudiados formalmente de acuerdo con la madurez cognitiva del alumno y aquellos que se abordarán sólo mediante un acercamiento gráfico e intuitivo. El papel de las tecnologías digitales será esencial para representar, analizar y resolver problemas de diversos contextos.

En la unidad 1, *Conceptos esenciales de las funciones*, se profundizará en el concepto de función, que es el concepto conductor de este programa. Los alumnos tendrán la oportunidad de enriquecerlo partiendo de las nociones estudiadas en el programa de Matemáticas V y abordándolo ahora desde tratamientos numéricos, gráficos y analíticos. Reconocerán en las funciones instrumentos valiosos para modelar fenómenos o situaciones en diversas disciplinas. Profundizarán en la comprensión de la nomenclatura y notación, así como en el uso de un vocabulario especializado propio de la disciplina que les permita describir con precisión el comportamiento y las características de las funciones; estos términos serán los instrumentos que mediarán el acceso a los conceptos de límite, derivada e integral que se estudiarán en las siguientes unidades.

En la unidad 2, *Límites de una función para analizar su comportamiento*, los alumnos construirán la noción intuitiva de límite de una función a través del análisis de procesos infinitos. Obtendrán límites de funciones de manera gráfica, numérica, y algebraica apoyándose en teoremas, y los interpretarán al analizar el comportamiento de una función. En particular, aplicarán los límites como herramientas para determinar las asíntotas horizontales, verticales y oblicuas de una función, así como para estudiar la continuidad puntual y global de funciones definidas en un intervalo o en la unión de intervalos (no degenerados).

En la unidad 3, *La derivada de una función para modelar el cambio*, los alumnos reconocerán, mediante tratamientos geométricos y analíticos, que las funciones varían de diferentes formas, identificando sus características principales: los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, los puntos máximos y mínimos, la convexidad, la concavidad y los puntos de inflexión. Asimismo, interpretarán y expresarán los cambios o variaciones de funciones en contextos de diversas disciplinas, por medio del estudio de sus derivadas. Resolverán problemas que involucren optimización o razón de cambio.

En la unidad 4, *La integral de una función para medir*, el alumno comprenderá que la integral definida es un instrumento para medir áreas bajo una curva, volúmenes, áreas de objetos no planos, longitudes, entre otros, directamente o mediante un razonamiento basado en las nociones de medida, semejanza y simetría. Se abordarán los conceptos de primitiva de una función e integral indefinida, las propiedades de linealidad de la integral, algunos métodos de integración y el Segundo Teorema Fundamental del Cálculo.

Esta asignatura: sintetiza los temas de los cursos anteriores a través del estudio de los conceptos fundamentales del cálculo diferencial e integral y sus aplicaciones; favorece un proceso que permite a los alumnos transitar de una situación concreta a una abstracción, de un lenguaje ordinario o de primer orden a uno de segundo orden o simbólico; brinda los conocimientos y habilidades necesarios para su desempeño en los estudios universitarios.

II. Objetivo general

El alumno desarrollará habilidades para visualizar, conjeturar, analizar, generalizar, sintetizar y modelar el cambio y la medida a través del estudio del Cálculo Diferencial e Integral. Reconocerá el Cálculo como un instrumento para acceder al estudio de procesos infinitos. Se apoyará en las tecnologías digitales como herramientas para representar, analizar y resolver problemas de diversos contextos. Realizará un primer acercamiento formal al estudio de estos contenidos como una preparación propedéutica para los estudios de nivel superior.

III. Unidades y número de horas

Unidad 1. Conceptos esenciales de las funciones

Número de horas 35 horas

Unidad 2. Límites de una función para analizar su comportamiento

Número de horas 35 horas

Unidad 3. La derivada de una función para modelar el cambio

Número de horas 40 horas

Unidad 4. La integral de una función para medir

Número de horas 40 horas

IV. Descripción por unidad

Unidad 1. Conceptos esenciales de las funciones

Objetivos específicos

El alumno:

- Desarrollará habilidades de visualización, generalización, análisis y síntesis al integrar las ideas relacionadas con el concepto de función desde un enfoque gráfico y mediante un planteamiento formal, para establecer las bases de lo que será el eje conductor del curso.
- Profundizará en las características particulares de las funciones al modelar diversos fenómenos o situaciones para reconocer su importancia como instrumentos de representación matemática.

Contenidos conceptuales

- 1.1. Conceptos fundamentales que determinan a una función: dominio, codominio o contradominio, y regla de correspondencia
- 1.2. Nomenclatura y notación ($f: Dmf \rightarrow Cdf$)
- 1.3. Funciones reales de variable real:
 - a. Gráficas de funciones reales de variable real (algebraicas y trascendentes)
 - b. Funciones explícitas o implícitas
 - c. Funciones inyectivas, funciones suprayectivas y funciones biyectivas
 - d. Función invertible y función inversa

Contenidos procedimentales

- 1.4. Uso apropiado de los términos inherentes al concepto de función (variable independiente, variable dependiente, dominio, contradominio, recorrido o imagen) y su notación
- 1.5. Obtención de las gráficas de funciones básicas: lineal (destacando a la función constante y a la función identidad); $f(x) = x^n$, con n natural; $f(x) = \frac{1}{x^n}$, con n natural; $f(x) = \sqrt{x}$, $f(x) = \sqrt[3]{x}$, $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$, $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$, $f(x) = \text{sen}(x)$, $f(x) = \text{cos}(x)$, $f(x) = \text{csc}(x)$, $f(x) = \text{sec}(x)$, $f(x) = e^x$, $f(x) = \ln(x)$, considerando el máximo dominio de definición de cada una
- 1.6. Obtención de las gráficas de funciones cuya regla de correspondencia está definida por casos, en especial $|x|$, $[x]$
- 1.7. Obtención de las gráficas de $f(x+k)$, $f(x)+k$, $-f(x)$, $f(-x)$, $kf(x)$ y $f(kx)$, como transformaciones de la gráfica de $f(x)$
- 1.8. Visualización de gráficas de circunferencias, elipses con ejes paralelos a los ejes coordenados o parábolas horizontales, como la unión de las gráficas de dos funciones
- 1.9. Obtención del máximo dominio de definición dada una regla de correspondencia

- 1.10. Obtención analítica de la suma, la resta, el producto, el cociente y la composición de funciones
- 1.11. Obtención de la inversa de una función, analítica y gráficamente
- 1.12. Demostración de que dos funciones dadas son inversas una de la otra
- 1.13. Modelación de situaciones auténticas mediante funciones
- 1.14. Distinción entre dominio natural y máximo dominio de definición
- 1.15. Uso de la tecnología para explorar funciones, generar o refutar conjeturas y visualizar sus propiedades

Contenidos actitudinales

- 1.16. Valoración de la racionalidad y la objetividad que ofrecen la matemática en el trabajo científico
- 1.17. Valoración del trabajo en equipo como un medio para la potenciación del aprendizaje
- 1.18. Valoración del papel de la tecnología digital como una herramienta que favorece la visualización y exploración de problemas

Unidad 2. Límites de una función para analizar su comportamiento

Objetivos específicos

El alumno:

- Comprenderá la noción de límite a través del análisis de procesos infinitos para establecer las bases que le permitirán estudiar los conceptos de derivada e integral.
- Desarrollará habilidades para visualizar la gráfica de una función y analizar su comportamiento al obtener sus límites en diferentes formas: gráfica, numérica y algebraica para describirla a detalle.
- Formulará conjeturas en torno al concepto de límite, para estimular el pensamiento abstracto mediante el análisis de la representación de una función.

Contenidos conceptuales

2.1. Idea intuitiva de límite

2.2. Teoremas de límites:

- a. Suma, producto (destacando el caso del producto de una constante por una función), y cociente, cuando los límites existen
 - b. Suma y producto, cuando alguno de los límites es infinito o menos infinito
 - c. Suma y producto, cuando alguno de los límites no existe
- 2.3. Continuidad puntual y global para funciones definidas en un intervalo o en una unión de intervalos

Contenidos procedimentales

- 2.4. Análisis de situaciones que involucren procesos infinitos para inducir la idea intuitiva de límite
- 2.5. Obtención de límites de funciones a partir de sus gráficas o de tablas numéricas: límites de una constante, de la función identidad, del recíproco de la identidad y de $(x - c)^n$
- 2.6. Obtención de límites de funciones racionales con base en los teoremas enunciados:
 - a. Cuando x tiende a un número real
 - b. Cuando x tiende a infinito o a menos infinito
- 2.7. Obtención de asíntotas horizontales, verticales y oblicuas
- 2.8. Obtención, a través de gráficas, de límites de funciones algebraicas y trascendentes, en especial de las funciones trigonométricas básicas, de las funciones exponenciales y logarítmicas
- 2.9. Obtención, a través de gráficas o tablas y con el apoyo de tecnología digital, de los límites:

$$\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e, \frac{\text{sen}(x)}{x} = 1$$
- 2.10. Obtención, dada la gráfica de una función, de algunos límites y, dados algunos límites, obtención del bosquejo de la gráfica de esa función
- 2.11. Análisis de la tendencia de una función dentro del contexto de un problema

Contenidos actitudinales

- 2.12. Apertura para transitar de lo concreto a la abstracción matemática
- 2.13. Respeto por las opiniones distintas relacionadas con la expresión de ideas intuitivas

Unidad 3. La derivada de una función para modelar el cambio

Objetivo específico

El alumno:

- Desarrollará habilidades para visualizar, analizar, generalizar y sintetizar el cambio a través del estudio de los conceptos básicos del Cálculo Diferencial, que le permitirán describir analíticamente el comportamiento de las funciones y sus cambios para aplicarlos en la modelación de problemas que se presentan en diferentes disciplinas.

Contenidos conceptuales

- 3.1. Introducción al concepto de derivada a partir de su interpretación geométrica y física
- 3.2. Definición de derivada de una función
- 3.3. Fórmulas para derivar suma, producto, cociente y composición de funciones (regla de la cadena)
- 3.4. Fórmulas para derivar funciones trigonométricas directas e inversas, funciones exponenciales y logarítmicas

- 3.5. Criterios para determinar el comportamiento de una función (intervalos de crecimiento y de decrecimiento; puntos máximos y mínimos locales; concavidad, convexidad y puntos de inflexión) a partir del análisis de sus derivadas
- 3.6. Notaciones de la derivada
- 3.7. Diferencial de una función

Contenidos procedimentales

- 3.8. Deducción de las derivadas, a partir de la definición, de las funciones: constante, identidad, lineal, $f(x) = x^n$ con n natural, $f(x) = \text{sen}(x)$, $f(x) = \text{cos}(x)$, $f(x) = \ln(x)$, $f(x) = e^x$
- 3.9. Obtención de:
 - a. La derivada de una función usando fórmulas
 - b. Derivadas de orden superior
 - c. La derivada de una función implícita
- 3.10. Obtención de la recta tangente y la recta normal a una función en un punto
- 3.11. Obtención del ángulo entre dos curvas
- 3.12. Modelación de situaciones en diferentes contextos:
 - a. Uso del lenguaje apropiado: velocidad instantánea, aceleración, tasa de crecimiento, costo marginal, entre otros
 - b. Razones de cambio relacionadas (regla de la cadena)
 - c. Optimización
- 3.13. Estudio del comportamiento de una función y trazado de su gráfica a partir de su primera y segunda derivadas
- 3.14. Estudio de la función $f(x) = e^{-x^2}$, como un antecedente de la función de densidad normal (campana de Gauss)
- 3.15. Uso de la diferencial para obtener aproximaciones de los valores de $\sqrt{2}$ y $\text{sen}(1)$
- 3.16. Uso de la tecnología como apoyo para representar, analizar y observar la validez de algunas propiedades de la derivada

Contenidos actitudinales

- 3.17. Valoración de la importancia de plantear conjeturas y validarlas o refutarlas
- 3.18. Disposición para la toma de decisiones con base en un razonamiento matemático

Unidad 4. La integral de una función para medir

Objetivo específico

El alumno:

- Desarrollará habilidades para visualizar, analizar y conjeturar la medida a través del estudio de los conceptos básicos del Cálculo Integral a fin de aplicarlos en la obtención de áreas de figuras curvas, volúmenes de cuerpos con formas irregulares y longitudes de curvas vinculados con fenómenos de diversas disciplinas.

Contenidos conceptuales

- 4.1. Notación sigma para representar una suma y sus propiedades
- 4.2. Integral definida y propiedades de linealidad
- 4.3. Función primitiva
- 4.4. Integral indefinida y propiedades de linealidad
- 4.5. Teoremas Fundamentales del Cálculo

Contenidos procedimentales

- 4.6. Aproximaciones del área bajo la curva sumando áreas de rectángulos con y sin el apoyo de la tecnología digital
- 4.7. Obtención de integrales inmediatas
- 4.8. Obtención de integrales por el método de sustitución o cambio de variable y por el método de integración por partes
- 4.9. Obtención de la constante de integración a partir de condiciones iniciales
- 4.10. Obtención de áreas limitadas por curvas con base en las nociones de medida, semejanza y simetría
- 4.11. Obtención del volumen de un sólido de revolución generado por la gráfica de una función girada alrededor de uno de los ejes
- 4.12. Interpretación de la integral en diferentes contextos como el cálculo de probabilidades y la resolución de problemas de movimiento rectilíneo
- 4.13. Uso de la tecnología digital para la representación gráfica de áreas y volúmenes

Contenidos actitudinales

- 4.14. Valoración de la interrelación de los contenidos matemáticos estudiados durante su formación en el bachillerato
- 4.15. Reconocimiento de la importancia de la autonomía en la adquisición del conocimiento a través del estudio y la investigación

V. Sugerencias de trabajo

En este curso se pretende que los estudiantes continúen desarrollando habilidades para visualizar, conjeturar, analizar, generalizar y sintetizar en torno al *cambio* y la *medida*, que enriquezcan su pensamiento abstracto, su razonamiento lógico y su comunicación matemática, al tiempo que desarrollan la comprensión de nuevos conocimientos disciplinares y transversales.

Los contenidos del programa de Matemáticas VI, Áreas I y II, están estructurados en torno al concepto de función, por lo que es importante que durante el desarrollo del curso se destaque la presencia de las funciones y se representen en forma gráfica, numérica y algebraica, según sea pertinente.

Desde la primera unidad es importante incorporar un lenguaje que permita al estudiante expresar y describir con precisión el comportamiento de las funciones y le facilite la comprensión de textos escritos en lenguaje especializado. Para ello, el profesor debe estar pendiente del uso correcto del lenguaje matemático, escrito y verbal. Conceptualmente, es esencial insistir en que una función está determinada por una terna —dominio, contradominio y regla de correspondencia— por lo que dos funciones son iguales si y sólo si tienen el mismo dominio, el mismo contradominio y la misma regla de correspondencia. En particular, al operar con funciones será indispensable hacer notar al estudiante que el resultado completo debe ser una terna. Se recomienda que el profesor utilice el método gráfico como una herramienta adicional para obtener y visualizar en forma cualitativa las gráficas de la resta, el producto y el cociente de dos funciones.

En la segunda unidad se recomienda que el profesor introduzca a los estudiantes en el concepto de límite mediante la reflexión de procesos infinitos como el método de exhaustión, las paradojas de Zenón, ejemplos de sucesiones y series (sin definir las), o límites de funciones a partir de su gráfica. La tecnología digital puede agilizar la visualización de dichos procesos infinitos.

Es importante señalar que no se indican las demostraciones de los teoremas de límites en tanto que la definición formal de límite no es parte de los contenidos. No obstante, se recomienda que el profesor explique algunos de estos teoremas mediante ejemplos, gráficos o numéricos, de tal forma que al alumno le resulten convincentes. Se enfatiza que la obtención de límites a través de procedimientos algebraicos se hará únicamente para funciones racionales con la idea de conservar el sentido de la unidad y no perderse en un escollo de operaciones algebraicas.

En la tercera unidad se recomienda que el profesor introduzca el concepto de derivada a través de los problemas históricos: la obtención de la recta tangente a una curva y la velocidad instantánea. En los contenidos procedimentales se considera el análisis de la función $f(x) = e^{-x^2}$ como un antecedente al estudio de la función de densidad normal (campana de Gauss), que es de suma importancia en estadística y probabilidad. Es importante que el profesor presente a los alumnos una amplia gama de problemas de optimización y de razones de cambio relacionadas, obteniendo su solución a través del análisis de las derivadas de las funciones que surjan como modelos en dichos problemas.

En la cuarta unidad se recomienda que el profesor introduzca el concepto de integral a través del problema histórico de la obtención del área bajo una curva (cuadratura de figuras). Es importante que el profesor trabaje con sus alumnos problemas de medición, ya sean áreas o volúmenes, a través de la integral de las funciones que representen dichas medidas.

Cabe señalar que el análisis de procesos infinitos aparece de manera explícita en las últimas tres unidades, por lo cual se recomienda el uso de la tecnología para la visualización de dichos procesos.

Para alcanzar los objetivos de este programa se sugiere que el profesor:

- diseñe actividades que promuevan aprendizajes significativos en contextos reales, que aborden temas actuales, motiven y estimulen el razonamiento y la creatividad de los alumnos, en un ambiente de trabajo colaborativo que favorezca el intercambio de opiniones y el fomento de los valores éticos;
- motive al estudiante para que valore las ventajas de representar un problema o fenómeno mediante un modelo para reducir su complejidad, visualizarlo y comprenderlo;
- promueva la construcción de modelos que representen fenómenos para describir su comportamiento y hacer predicciones;
- elija estrategias que promuevan en el estudiante la investigación, el análisis, la discusión y la toma de decisiones para resolver un problema;
- incorpore los ejes transversales que deben atenderse en todas las asignaturas, de acuerdo con lo establecido en el modelo educativo de la Escuela Nacional Preparatoria.

Para sexto grado:

- ✓ lectura y escritura de textos para aprender y pensar, con énfasis en la producción de un ensayo argumental o un reporte de investigación;
- ✓ comprensión de textos, de carácter técnico, en lenguas extranjeras, en los que se identifiquen las ideas principales;
- ✓ presentación de la solución de un problema redactada con un lenguaje especializado;
- ✓ adopción del valor de la racionalidad por encima de la superstición, los dogmas y el poder fáctico, de manera consciente y significativa o funcional;
- ✓ uso de software especializado que les permita visualizar, experimentar y manipular diferentes representaciones de un objeto matemático para formular y validar sus conjeturas.

VI. Sugerencias de evaluación del aprendizaje

El docente deberá contar con instrumentos que le permitan valorar los logros de los estudiantes, en los criterios que establezca, considerando aspectos cuantitativos y cualitativos, tanto en los productos finales como en los procesos para alcanzarlos.

Entre las actividades e instrumentos que se sugieren para lograr una evaluación del aprendizaje de los estudiantes están:

- Bitácoras
- Cuestionarios
- Exámenes
- Listas de cotejo
- Participaciones en clase
- Planteamiento de problemas
- Portafolios
- Proyectos
- Reportes
- Rúbricas

- Tareas
- Trabajos de investigación

VII. Fuentes básicas

- Ayres, F. y Mendelson, E. (2010). *Cálculo* (5a ed.). México: Mc Graw Hill.
- Díaz, J. (2012). *Cálculo de una variable Volumen I*. España: Universidad de Deusto.
- (2012). *Cálculo de una variable Volumen II*. España: Universidad de Deusto.
- Larson, R. y Edwards, B. (2016). *Cálculo Tomo I* (10a ed.). México: Cengage Learning.
- (2016). *Cálculo Tomo II* (10a ed.). México: Cengage Learning.
- Leithold, L. (1998). *El Cálculo* (7a ed.). México: Oxford University Press
- Purcell, E. J., Vardeberg, D. y Rigdon S. (2007). *Cálculo* (9a ed.). México: Pearson Educación.
- Rivera, A. (2014). *Cálculo Diferencial: fundamentos, aplicaciones y notas históricas*. México: Patria.
- Swokowsky, E. (1998). *Cálculo con Geometría Analítica* (2a ed.). México: Iberoamericana.
- Stewart, J. (2010). *Cálculo de una variable* (6a ed.). México: Cengage Learning.

VIII. Fuentes complementarias

- ¿Cómo ves? [en línea]. México: UNAM, Dirección General de Divulgación de la Ciencia. Disponible en: [www.comoves.unam.mx &Itemid=100011](http://www.comoves.unam.mx/&Itemid=100011)
- Activities for the classroom. NASA Science. Disponible en: <http://spaceplace.nasa.gov/classroom-activities/sp/>
- Bombal, F. (2012). La cuadratura del círculo: Historia de una obsesión, Disponible en: <http://eprints.ucm.es/30134/1/bombal98.pdf>
- Bombal, F. *La cuadratura del círculo: historia de una obsesión*, Disponible en: <http://eprints.ucm.es/30134/1/bombal98.pdf>
- Boyer, C. (1959). *The History of the Calculus and its Conceptual Development*. EUA: Dover Publications, Inc. New York.
- Centro Virtual de Divulgación de las Matemáticas, Disponible en: <http://www.divulgamat.net>
- Consortium for Mathematics and its applications, Disponible en: <http://www.comap.com/>
- Council for Economic Education. *Math in the real world*, Disponible en: <http://councilforeconed.org/k-12-resources/>
- Cruse, A., Lehman, M. (1982). *Lecciones de Cálculo V1 y V2*. México: Fondo Educativo Interamericano.
- Cuevas, C., Mejía, H. (2003). *Cálculo visual*. México: Oxford University Press.
- De Torres, M. Modelos matemáticos en las ciencias, Disponible en: <http://editorialuniversitariaeduco.blogspot.mx/2015/08/libro-sobre-modelos-matematicos.html>
- Fraga, R. (1999). *Calculus Problems for a new century*. Washington: Mathematical Association of America.

Gracián, E. (2016). Discreto y continuo. En *Un descubrimiento sin fin* (pp. 25-50). National Geographic El mundo es matemático. España: RBA Contenidos Editoriales y Audiovisuales.

Homeschool Math. *Online math resources for math in real world*, Disponible en: http://www.homeschoolmath.net/online/real_life_math.php

Lesson plans. Wolfram Alpha, Disponible en: <http://www.wolframalpha.com/educators/lessonplans.html>

Mathematics Teacher [en línea]. Estados Unidos: National Council of Teachers of Mathematics. Disponible en <http://www.nctm.org/publications/mathematics-teacher/>

Mathigon. Panorama. *Applications of Mathematics*, Disponible en: http://mathigon.org/mathigon_org/panorama/#

Mc Aloon, K., Tromba, A. (1975). *Cálculo de una Variable*. México: Publicaciones Cultural S. A.

Moody's Mega Math Challenge, Math modeling, getting started and getting solutions, Disponible en: <http://m3challenge.siam.org/sites/default/files/uploads/siam-guidebook-final-press.pdf>

Moody's Mega Math Challenge. Resources. Past problems, Disponible en: <https://m3challenge.siam.org/resources/sample-problems>

NASA Search educational resources, Disponible en: <https://www.nasa.gov/education/resources/#.VsFw7E8-r-s>

National Council of Teachers of Mathematics. *Real World Math*, co Disponible en: <http://www.nctm.org/publications/worlds/default.aspx>

Next generation learning challenges. The Moody's Foundation. *Get the math*, Disponible en: <http://www.thirteen.org/get-the-math/>

Oteyza, E., Lam, E., Hernández, C. & Carrillo, A. (2013). *Cálculo diferencial e integral*. México: Pearson Educación.

PBS Learning media. Lesson plans, Disponible en: http://www.pbslearningmedia.org/search/?q=&selected_facets=grades_exact%3A9&selected_facets=grades_exact%3A10&selected_facets=grades_exact%3A11&selected_facets=grades_exact%3A12&selected_facets=supplemental_curriculum_hierarchy_nodes%3A1184&selected_facets=media_type_exact%3ADocument

Problems, Disponible en: <http://www.mathmodels.org/problems.html>

Revista Ciencia [en línea]. México: Asociación Mexicana de Ciencias. Disponible en: http://www.revistaciencia.amc.edu.mx/index.php?option=com_content&id=221

Revista Ciencia y Desarrollo. México: CONACYT. Disponible en: <http://www.cyd.conacyt.gob.mx/>

Revista Digital Universitaria [en línea]. México: UNAM, Dirección General de Cómputo y de Tecnologías de la Información. Disponible en: www.revista.unam.mx

Rivera, A. (2014). *Cálculo integral. Sucesiones y series de funciones*. México: Grupo Editorial Patria.

Robert Kaplinsky, Disponible en: <http://robertkaplinsky.com/lessons/>

Stevens Institute of technology. The Center for Innovation in Engineering and Science Education, Disponible en: <http://www.k12science.org/materials/k12/>

Teacher package: Mathematical modelling. Plus magazine, Disponible en: <https://plus.maths.org/content/teacher-package-mathematical-modelling#explicit>

Teaching quantitative skills in the Geosciences, Disponible en: <http://serc.carleton.edu/quantskills/methods/quantlit/basicgraph.html>

TED Ed. *Mathematics*, Disponible en:
<https://ed.ted.com/search?utf8=%E2%9C%93&q=mathematics#tedlessons>

The Math Forum. National Council of Teachers of Mathematics, Disponible en:
http://mathforum.org/library/selected_sites/collection_geometry.html

Universidad Nacional Autónoma de México. Red Universitaria de Aprendizaje (RUA), Disponible en:
<http://www.rua.unam.mx/portal/>

University of Waterloo. *The Centre for Education in Mathematics and Computing*, Disponible en:
<http://www.cemc.uwaterloo.ca/resources/real-world.html>

Watch. Know. Learn. *Math in the real world*, Disponible en:
<http://watchknowlearn.org/Category.aspx?CategoryID=4914>

Zill, D., Wright, W. (2011). *Matemáticas 1. Cálculo diferencial*. McGraw Hill Interamericana.

Software sugerido

GeoGebra (geogebra.org)
WolframAlpha (wolframalpha.com)
Maple
Descartes (arquimedes.matem.unam.mx)
Excel online (office.live.com)
Recursos y herramientas GeoGebra (tube.geogebra.org)
MathType
Khan Academy (es.khanacademy.org)