



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO



ESCUELA NACIONAL PREPARATORIA

Plan de estudios 1996

Programa

Temas Selectos de Matemáticas

| | | | | | | |
|---------------|--|----------------|-----------------------|--|-------|---------|
| Clave 1710 | Semestre / Año 6º | Créditos 12 | Área | Ciencias Físico - Matemáticas y de las Ingenierías | | |
| | | | Campo de conocimiento | Matemáticas | | |
| | | | Etapas | Propedéutica | | |
| Modalidad | Curso (X) Taller () Lab. () Sem. () | | Tipo | T (X) | P () | T/P () |
| Carácter | Obligatorio () Optativo () Obligatorio de elección () Optativo de elección (X) | | Horas | | | |
| | | | Semana | Semestre / Año | | |
| | | | Teóricas: 3 | Teóricas: 90 | | |
| | | | Prácticas: 0 | Prácticas: 0 | | |
| | | | Total: 3 | Total: 90 | | |

| | |
|------------------------|---------------|
| Seriación | |
| Ninguna () | |
| Obligatoria () | |
| Asignatura antecedente | |
| Asignatura subsecuente | |
| Indicativa (X) | |
| Asignatura antecedente | Matemáticas V |
| Asignatura subsecuente | |

Aprobado por el H. Consejo Técnico el 13 de abril de 2018

I. Presentación

El propósito central de Temas Selectos de Matemáticas es fortalecer un pensamiento analítico apoyado en la realización de procedimientos algorítmicos y fomentar la creatividad en la solución de problemas para desarrollar un espíritu crítico, fundamental en la toma de decisiones. La asignatura permite visualizar un panorama amplio de la matemática y reconocer en ella su belleza y carácter lúdico.

El enfoque principal es el desarrollo del razonamiento lógico y abstracto, mediante el uso de las herramientas de la matemática formal, a través de las cuales el alumno plantee conjeturas, demuestre o refute afirmaciones, infiera, entre otros. Dadas las características de la asignatura, los contenidos son abordados desde la lógica interna de la disciplina, de ahí que la modelación de fenómenos pase a segundo término.

El programa está organizado en seis unidades. En la unidad 1 se presenta el lenguaje, la notación, operaciones y propiedades relativas a los conjuntos, que son fundamentales en el desarrollo de la matemática moderna. En la unidad 2 se estudian los diferentes tipos de proposiciones, sus negaciones y su valor de verdad, así como los modos de inferencia. En la unidad 3 se analizan las diferentes formas de demostrar en matemáticas. En la unidad 4 se estudian diversas formas de contar elementos: ordenaciones con y sin repetición, permutaciones y combinaciones; se analiza el teorema del binomio de Newton y algunas de sus aplicaciones. En la unidad 5 se estudian los números complejos (formas de expresión, propiedades y operaciones). Finalmente, en la unidad 6 se estudian teoremas que permiten resolver algunos tipos de ecuaciones de grado mayor a dos; se analizan métodos para encontrar la solución de algunas inecuaciones; se aborda la relación entre las raíces de una ecuación polinomial con los ceros de función polinomial afín, a través de su representación gráfica.

La unidad 3 es la unidad central del programa, pues está relacionada con todas las demás: con la unidad 2 puesto que la lógica es una de las bases para la construcción de demostraciones; con la unidad 1 que aporta propiedades de los conjuntos; con la unidad 4 al aplicar la inducción matemática como método para demostrar el teorema del binomio de Newton; con las unidades 5 y 6 para demostrar algunas propiedades de los números complejos, el teorema del factor y el teorema del residuo.

La contribución al perfil de egreso de este programa radica en que el alumno: reconozca que para validar una afirmación debe sustentarse en los contenidos de la disciplina y en el razonamiento lógico, y no en la intuición, es decir debe demostrarse formalmente; valore el papel de las matemáticas en las ciencias; desarrolle habilidades que le faciliten la transición entre los estudios de nivel medio superior y el inicio de los estudios profesionales y, sobre todo, reflexione, exprese sus ideas y asuma posturas razonadas que trasciendan el salón de clases.

II. Objetivo general

El alumno desarrollará habilidades de pensamiento abstracto, lógico, deductivo e inductivo, mediante la construcción de argumentos y la resolución de problemas de su entorno o de la propia disciplina, con el fin de adentrarse en el quehacer matemático y prepararse para sus estudios superiores en el área. En este proceso, descubrirá que las matemáticas promueven el esparcimiento, la creatividad y la curiosidad, características fundamentales para la investigación y la construcción de nuevos conocimientos.

III. Unidades y número de horas

Unidad 1. Conjuntos

Número de horas: 9

Unidad 2. Lógica

Número de horas: 12

Unidad 3. Métodos de demostración en matemáticas

Número de horas: 21

Unidad 4. Análisis combinatorio y teorema del binomio de Newton

Número de horas: 18

Unidad 5. Números complejos

Número de horas: 12

Unidad 6. Ecuaciones e inecuaciones polinomiales en una variable

Número de horas: 18

IV. Descripción por unidad

Unidad I. Conjuntos

Objetivo específico

El alumno:

- Desarrollará habilidades de expresión, de razonamiento lógico y de pensamiento abstracto, a través del estudio de los conjuntos, las cuales le permitirán plantear problemas y encontrar sus soluciones, así como comunicar ideas de manera verbal y escrita con el lenguaje de las matemáticas.

Contenidos conceptuales

1.1 Conceptos básicos:

- a) Noción intuitiva de conjunto

- b) Notación y nomenclatura
 - c) Igualdad entre conjuntos
 - d) Subconjuntos
 - e) Cardinalidad: conjuntos finitos y conjuntos infinitos
 - f) Conjunto universal y conjunto vacío
 - g) Diagramas de Venn
- 1.2 Conjunto: unión, intersección, diferencia, complemento
- 1.3 Propiedades del álgebra de conjuntos

Contenidos procedimentales

- 1.4 Representación de un conjunto por extensión y comprensión
- 1.5 Representación gráfica mediante diagramas de Venn de las definiciones de unión, intersección, diferencia y complemento
- 1.6 Argumentación de las propiedades de las operaciones entre conjuntos:
- a) Unión: $A \cup A = A$, $A \cup \phi = A$, $A \cup U = U$, $A \cup B = B \cup A$, $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cup C$
 - b) Intersección: $A \cap A = A$, $A \cap \phi = \phi$, $A \cap U = A$, $A \cap B = B \cap A$,
 $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
 - c) Complemento: $U^c = \phi$, $\phi^c = U$, $A^c \cup A = U$, $A^c \cap A = \phi$, $(A^c)^c = A$
- 1.7 Representación mediante diagramas de Venn de las leyes de De Morgan y de las propiedades distributivas
- 1.8 Uso de diagramas de Venn para mostrar la falsedad de ciertas proposiciones, por ejemplo, $(A \cup B)^c = A^c \cup B^c$
- 1.9 Operación entre subconjuntos de números reales, con énfasis en las operaciones con intervalos
- 1.10 Planteamiento y solución de problemas contextualizados y de la propia disciplina con conjuntos

Contenidos actitudinales

- 1.11 Valoración de la racionalidad y la objetividad que ofrecen la matemática en el trabajo científico
- 1.12 Valoración de la teoría de conjuntos como herramienta fundamental de la organización formal de la matemática

Unidad 2. Lógica

Objetivos específicos

El alumno:

- Desarrollará un pensamiento racional y abstracto, mediante el empleo de la lógica para argumentar tanto en la vida profesional como en la cotidiana.

- Demostrará o refutará formalmente una proposición, apoyándose en los axiomas lógicos, para deducir los modos de inferencia más usados en los argumentos matemáticos.

Contenidos conceptuales

- 2.1 Proposiciones:
 - a) Definición
 - b) Proposición: abierta, cerrada
 - c) Tipos de proposiciones: simple, conjunción, disyunción, condicional, cuantificación universal y cuantificación existencial. Lenguaje y notación
 - d) Negación de una proposición. Lenguaje y notación
 - e) Proposiciones verdaderas. Proposiciones válidas. Axioma del tercero excluido
- 2.2 Lenguaje y notación asociado a la condicional:
 - a) Hipótesis y tesis
 - b) Recíproca
 - c) Contrapuesta
 - d) Bicondicional
 - e) Proposiciones equivalentes
- 2.3 Modos básicos de inferencia: $P \rightarrow P$, $(P \wedge Q) \rightarrow P$, $P \rightarrow (P \vee Q)$,
 $((\forall x \in A, P(x)) \wedge a \in A) \rightarrow P(a)$, $(a \in A \wedge P(a)) \rightarrow (\exists x \in A \wedge P(x))$
- 2.4 Tablas de verdad

Contenidos procedimentales

- 2.5 Identificación del tipo de proposición de un enunciado dado
- 2.6 Expresión de cuantificaciones tanto en lenguaje coloquial como en el lenguaje analítico
- 2.7 Negación de proposiciones dadas. Expresión de cuantificaciones en lenguaje coloquial y en lenguaje analítico
- 2.8 Identificación del valor de verdad de una proposición:
 - a) Principio del tercero excluido
- 2.9 Uso de tablas de verdad, basados en los modos de inferencia, para:
 - a) demostrar tautologías
 - b) refutar afirmaciones
 - c) usar la notación simbólica
- 2.10 Uso de la lógica para dar instrucciones precisas en algún software matemático

Contenidos actitudinales

- 2.11 Apertura para transitar de lo concreto a la abstracción matemática
- 2.12 Reconocimiento de la utilidad de la lógica para el planteamiento de ideas complejas y como una herramienta para argumentar
- 2.13 Adopción de una postura crítica para distinguir entre un razonamiento lógico y un resultado factible
- 2.14 Valoración de los fundamentos lógicos que sustentan las demostraciones o argumentaciones matemáticas

Unidad 3. Métodos de demostración en matemáticas

Objetivo específico

El alumno:

- Formulará y demostrará proposiciones matemáticas, mediante los métodos de demostración directa, indirecta o de inducción matemática, con el fin de desarrollar tanto su capacidad argumentativa, como un pensamiento abstracto, crítico y creativo que le permitirán construir nuevos conocimientos.

Contenidos conceptuales

- 3.1 Noción de demostración
- 3.2 Demostraciones directas
- 3.3 Demostraciones indirectas o por reducción al absurdo
- 3.4 Principio de inducción matemática

Contenidos procedimentales

- 3.5 Demostración directa e indirecta, en especial aquellas de propiedades relacionadas con el álgebra de conjuntos
- 3.6 Demostración de algunas proposiciones de los números naturales por el método de inducción matemática
- 3.7 Análisis de algunas falacias

Contenidos actitudinales

- 3.8 Valoración de las demostraciones como argumentos sólidos basados en las definiciones matemáticas, en los datos, en la lógica formal y en proposiciones demostradas previamente

Unidad 4. Análisis combinatorio y teorema del binomio de Newton

Objetivos específicos

El alumno:

- Desarrollará habilidades de pensamiento numérico y abstracto, a través del planteamiento y solución de problemas del cálculo combinatorio y de aproximación por medio de la serie del binomio, con el fin de adoptar una postura crítica para la toma de decisiones.
- Desarrollará su creatividad al proponer la solución de problemas y reconocerá que es posible llegar su solución por un camino diferente al que él haya encontrado, al escuchar y analizar los planteamientos de otros.

Contenidos conceptuales

- 4.1 Cálculo combinatorio:
 - a) Ordenaciones con repetición
 - b) Ordenaciones
 - c) Permutaciones
 - d) Combinaciones
- 4.2 Triángulo de Pascal
- 4.3 Teorema del binomio de Newton

Contenidos procedimentales

- 4.4 Planteamiento y solución de problemas significativos y de su entorno que involucren ordenaciones con repetición, ordenaciones, permutaciones y combinaciones
- 4.5 Identificación del tipo de agrupación de objetos (ordenación, ordenación con repetición, permutación y combinación)
- 4.6 Obtención de los coeficientes de un desarrollo binomial, estableciendo su relación con las combinaciones
- 4.7 Demostración del teorema del binomio de Newton
- 4.8 Obtención del término de un grado indicado (o sólo de su coeficiente), en un desarrollo binomial
- 4.9 Obtención de aproximaciones de raíces, a partir de un desarrollo binomial, como raíz cuadrada de 2, raíz cúbica de 9, entre otros

Contenidos actitudinales

- 4.10 Reconocimiento de la importancia del cálculo combinatorio en el planteamiento y solución de diversos problemas de la vida cotidiana
- 4.11 Apreciación del hecho de que un problema pueda ser planteado y resuelto a partir de diferentes enfoques
- 4.12 Adopción de una postura crítica al trabajar de manera colaborativa en las ideas propuestas para la resolución de problemas

Unidad 5. Números Complejos

Objetivo específico

El alumno:

- Analizará la relación existente entre las representaciones algebraicas y geométricas de los números complejos, a través del uso de recursos tradicionales o tecnológicos, con el fin de plantear conjeturas y construir nuevos conocimientos.

Contenidos conceptuales

- 5.1 Definición del número imaginario i
- 5.2 Conceptos elementales:

- a) Definición y notación rectangular de un número complejo
 - b) Conjugado
 - c) Módulo
 - d) Plano Complejo
- 5.3 Operaciones entre números complejos:
- a) Adición
 - b) Sustracción
 - c) Multiplicación
 - d) División
- 5.4 Notación polar
- 5.5 Teorema de Moivre:
- a) Potenciación de un complejo con exponente natural
 - b) Radicación

Contenidos procedimentales

- 5.6 Representación gráfica de un complejo dada su expresión rectangular o polar
- 5.7 Transformación de la expresión rectangular de un número complejo a la forma polar y viceversa
- 5.8 Operación con números complejos:
- a) Adición
 - b) Sustracción
 - c) Multiplicación
 - d) División
 - e) Potenciación de un complejo con exponente natural (en particular las potencias de i)
 - f) Radicación
- 5.9 Uso de recursos tecnológicos para visualizar y apreciar:
- a) la simetría de un complejo y su conjugado
 - b) el efecto geométrico producido al operar entre complejos
 - c) la distribución de las raíces de un complejo

Contenidos actitudinales

- 5.10 Respeto por las opiniones razonadas y distintas de las propias
- 5.11 Reconocimiento del conjunto de los números complejos como una extensión del conjunto de los números reales

Unidad 6. Ecuaciones e Inecuaciones polinomiales en una variable

Objetivos específicos

El alumno:

- Planteará problemas que se modelen mediante ecuaciones polinómicas de grado superior a dos y los resolverá a través de las técnicas basadas en los teoremas correspondientes, con el fin de desarrollar un pensamiento lógico y abstracto.

- Resolverá inecuaciones que se reduzcan a la solución de inecuaciones de grado uno o dos, mediante el uso de las propiedades de orden y de valor absoluto con el fin de desarrollar un pensamiento analítico.
- Explicará la relación entre los resultados de una ecuación o una inecuación polinomial obtenidos analíticamente con la representación gráfica de la función polinomial afín, para potenciar su aprendizaje.

Contenidos conceptuales

6.1 Ecuaciones polinomiales con coeficientes reales, de grado superior a dos:

- Teorema fundamental del álgebra
- Teorema del factor
- Teorema del residuo
- Ecuaciones con coeficientes enteros. Teorema de las raíces racionales
- Regla de los signos Descartes
- Relación entre las ecuaciones y las funciones polinomiales

6.2 Inecuaciones con una variable:

- Solución y conjunto solución
- De grado uno con valor absoluto. Interpretación geométrica del valor absoluto
- De grado dos
- Relación entre las inecuaciones y las funciones polinomiales

Contenidos procedimentales

6.3 Análisis de un problema que dé lugar al planteamiento de una ecuación de grado mayor a dos

6.4 Obtención de las raíces de una ecuación con coeficientes reales, de grado mayor que dos, de la forma:

- $ax^4 + bx^2 + c = 0$
- $ax^3 + bx^2 + cx = 0$
- de grado tres con una raíz conocida
- de grado tres o cuatro, con una raíz no real conocida
- de grado cuatro con coeficientes enteros, con raíz racional conocida
- $ax^n + b = 0, n \in N$
- con coeficientes enteros, de grado n , con $n-2$ raíces racionales

6.5 Uso de la tecnología para ilustrar el Teorema Fundamental del Álgebra

6.6 Uso de la tecnología para visualizar la relación entre las raíces de una ecuación polinomial y los ceros de la función polinomial afín

6.7 Uso de la tecnología para encontrar aproximaciones de las soluciones de ecuaciones polinomiales de grado mayor a dos

6.8 Planteamiento de una situación que dé lugar a la solución de una inecuación de grado dos

6.9 Solución de inecuaciones de:

- grado dos
- inecuaciones entre cocientes de polinomios de primer grado, que puedan reducirse a una inecuación de grado dos
- de la forma:
 - $(x - a_1)^{n_1}(x - a_2)^{n_2} \dots (x - a_k)^{n_k} > 0$, (con $n_i \in N$, para $i \in \{1, \dots, k\}$)

- con base en la gráfica de la función polinomial
- $f(x) = (x - a_1)^{p_1}(x - a_2)^{p_2} \dots (x - a_n)^{p_n}$

Contenidos actitudinales

- 6.10 Disposición para la toma de decisiones con base en un razonamiento matemático
- 6.11 Valoración de las ecuaciones e inecuaciones en la solución de problemas en otras áreas de la matemática

V. Sugerencias de trabajo

Dado que se pretende que los alumnos desarrollen habilidades de razonamiento lógico y abstracto para reflexionar, crear conjeturas, argumentar o refutar afirmaciones, expresar sus ideas, discutir y obtener conclusiones, es necesario que se elaboren actividades de trabajo colaborativo de acuerdo con su ritmo de aprendizaje. Por ello, se sugiere que:

- se planteen problemas, de la propia disciplina o del entorno, que cautiven la atención de los estudiantes para involucrarlos en la búsqueda de la solución;
- se utilicen softwares matemáticos como GeoGebra, Mathematica, Maple, Symbolab, para que los alumnos identifiquen visualmente propiedades de conceptos que se estudian en el programa, observen resultados de algunos teoremas y planteen conjeturas;
- se muestren falacias para que el alumno identifique qué errores se han cometido. De esta manera se fomenta su pensamiento crítico;
- se propongan demostraciones de conceptos que aparecen en las diferentes unidades con la finalidad de mostrar el vínculo entre éstas;
- se promuevan investigaciones de conceptos matemáticos o aportaciones en matemáticas para el avance de la ciencia o de la disciplina, en fuentes impresas o digitales confiables, lo que le permitirá al alumno involucrarse en el lenguaje propio de la asignatura y promover la autonomía en el aprendizaje;
- se propongan problemas en otro idioma para que el alumno se involucre en la comprensión de temas de la asignatura en una segunda lengua.

VI. Sugerencias de evaluación del aprendizaje

Para evaluar el proceso de enseñanza y aprendizaje, el docente deberá proponer diversos instrumentos que permitan hacer una reflexión sobre las fortalezas y debilidades en dicho proceso, no solo del alumno, sino de él mismo. Es importante realizar una evaluación continua, tanto cualitativa como cuantitativa, de las actividades que se realicen dentro y fuera del aula para que el alumno identifique sus aciertos y sus desaciertos, así como para mejorar sus resultados de aprendizaje y, al mismo tiempo, sirvan de referente para que el profesor

reflexione sobre su práctica docente, tome decisiones y, si es el caso, modifique la planeación de su actividad, en concordancia con las necesidades de los alumnos. Por ello, se sugiere:

- aplicar un cuestionario o examen diagnóstico para identificar los conocimientos previos de los alumnos;
- incluir una bitácora en donde el alumno registre su desempeño de manera puntual, sobre qué conocimientos, habilidades o actitudes ha ido desarrollando con el transcurso del tiempo, lo cual le permitirá autoevaluarse y autocorregirse;
- proponer diversas actividades como tareas, pruebas escritas, cuestionarios, entre otras para analizar las ideas o estrategias sobre el planteamiento de conjeturas o solución de problemas;
- considerar las participaciones y aportaciones de los alumnos en clase;
- investigar sobre tópicos en matemáticas o aportaciones de las matemáticas a otras áreas del conocimiento;
- tomar en cuenta lista de cotejo o rúbricas para identificar los niveles de dominio sobre un tema, las habilidades desarrolladas o actitudes involucradas en su trabajo, individual o colaborativo. Es importante que en dichos instrumentos se incluyan criterios como: análisis de la situación, coherencia, argumentación con el uso apropiado del lenguaje, creatividad, autonomía, entre otros.

Además, se recomienda que todos los instrumentos se incorporen en un portafolio de evidencias.

VII. Fuentes básicas

Carreño, X. & Cruz, X. (2008). *Álgebra*. México: McGraw-Hill.

De Oteyza, E. et al. (2016). *Temas Selectos de Matemáticas*. México: Pearson Educación.

Epp, S. (2012). *Matemáticas discretas con aplicaciones*. México: Cengage Learning.

Lehmann, C. (2008). *Álgebra*. México: Limusa.

Miller, C. Heeren, V., Hornsby, J. & Heeren, C. (2016). *Mathematical Ideas*. USA: Pearson.

Miller, C. Heeren, V. & Hornsby, J. (2013). *Matemática: Razonamiento y aplicaciones*. México: Pearson.

Swokowski, E. & Cole, J. (2011). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica*. México: Cengage Learning.

VIII. Fuentes complementarias

- Bravo, A., Rincón, H. & Rincón, C. (2006). *Álgebra superior*. México: Facultad de Ciencias, UNAM.
- Bulajich, R., Gómez, J. & Valdez R. (2013). *Álgebra. Cuadernos de Olimpiadas de Matemáticas*. México: Instituto de matemáticas, UNAM.
- Cárdenas, H., LLuis, E., Raggi, F. & Tomás, F. (2007). *Álgebra Superior*. México: Trillas.
- Burgos, E. (Ed.). (2017). *Antología de matemáticas. ¿Cómo ves?* México: Universidad Nacional Autónoma de México.
- Devlin, K. (2012). *Introduction to Mathematical Thinking*. USA: Keith Devlin.
- Eccles, P. (1997). *An Introduction to Mathematical Reasoning. Numbers, sets and functions*. New York: Cambridge University Press.
- Evans, M. (2013). *The binomial theorem. A guide for teachers (Years 11-12)*. Australia: Education Services Australia. Recuperado el 30 de enero de 2018 de https://www.amsi.org.au/ESA_Senior_Years/PDF/Thebinomialtheorem1c.pdf
- National Council of Teacher of Mathematics. (1977). *Temas de matemáticas, Cuaderno Conjuntos*. México: Trillas.
- National Council of Teacher of Mathematics. (1977). *Temas de matemáticas, Cuaderno Lógica*. México: Trillas.
- Pérez, M. (2013). *Combinatoria. Cuadernos de Olimpiadas de Matemáticas*. México: Instituto de Matemáticas, UNAM.
- Universidad Nacional Autónoma de México. Red Universitaria de aprendizaje (RUA). Recuperado el 30 de enero de 2018 de <http://www.rua.unam.mx/portal/plan/index/30001>
- Rees, P. & Sparks F. (2005). *Álgebra*. México: Reverté Ediciones.
- Rincón, H. (2009). *Cuando cuentas cuántos... Temas de matemáticas para bachillerato*. México: Instituto de Matemáticas, UNAM.
- Rockswold, G. (2010). *Precalculus with Modeling & Visualization*. USA: Pearson.
- Zubieta, G. (2002). *Lógica deductiva*. [En línea] México: Sociedad Matemática Mexicana. Disponible en http://www.pesmm.org.mx/Serie%20Textos_archivos/T1.pdf
- Zubieta, G. (1999). *Manual de Lógica para Estudiantes de Matemáticas*. México, Trillas.
- Zubieta, G. (1992). *Taller de Lógica Matemática. Análisis Lógico*. México: McGraw-Hill.