

# ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD II

## Unidad 1. Modelos de probabilidad y sus aplicaciones

<p><b>Propósito:</b></p> <p>Al finalizar la unidad el alumno: Continuará desarrollando su pensamiento estadístico, apropiándose del concepto de variable aleatoria, y construyendo modelos de probabilidad en términos de su tendencia, variabilidad y distribución.</p>	<p><b>Tiempo:</b> 24 horas</p>
--	------------------------------------

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p><b>El alumno:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Identifica el concepto de variable aleatoria.</li> <li>Diferenciará variables aleatorias discretas y continuas.</li> <li>Examina los conceptos de distribución de probabilidad, esperanza matemática y desviación estándar.</li> <li>Construye la distribución de probabilidad para una variable aleatoria discreta y su modelo de simulación, físico o por medio de la computadora.</li> <li>Identifica las características de un proceso <i>binomial</i>.</li> <li>Construye el modelo para la distribución <i>binomial</i>, apoyándose en la simulación física o con la computadora.</li> <li>Aplica el modelo <i>binomial</i>, su valor esperado y su desviación estándar a fenómenos contextualizados que se ajusten a este modelo, interpretando los resultados, obtenidos desde la propia distribución o de tablas.</li> <li>Deduca que en el caso de variables aleatorias continuas, la probabilidad debe calcularse para valores dentro de un intervalo.</li> </ul>	<p><b>Variable aleatoria, variable aleatoria discreta y continua.</b></p> <p><b>Distribución de probabilidad de una variable aleatoria discreta:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Propiedades.</li> <li>Distribución.</li> <li>acumulada.</li> <li>Parámetros: valor esperado y desviación estándar.</li> </ul> <p><b>Distribución <i>binomial</i>:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Experimento binomial.</li> <li>Variable aleatoria binomial.</li> <li>Parámetros.</li> <li>Aplicaciones.</li> </ul>	<p>Para los conceptos de juego justo, variable aleatoria, valor esperado y desviación estándar, preséntese la siguiente situación a discutir en clase: “Mariana participará en la feria de su barrio con un puesto en el que propondrá un juego de dados. Las reglas son: se lanza un dado de seis caras una vez, si sale uno o dos, Mariana pagará \$15; si sale tres o cuatro pagará \$10 y si sale cinco o seis, le pagarán \$10. Además, cada jugador le pagará \$10 cada vez que lance el dado, ¿el juego que ella pondrá es un juego justo?” La secuencia propone la simulación física y computacional.</p> <p>Se sugiere utilizar el concepto de paseos aleatorios para inducir la distribución <i>binomial</i>, particularmente en un esquema bidimensional. Se sugiere que previamente se presente al grupo un experimento que se ajuste a la distribución <i>geométrica</i> y que se induzca esta distribución, de manera que el razonamiento para inducir la distribución <i>binomial</i> tenga bases más sólidas y sea más accesible a los estudiantes.</p> <p>Apoyar la construcción del modelo <i>binomial</i> que deberá llevar a cabo el alumno, recordándole el proceso de cálculo para la probabilidad conjunta de eventos independientes, en términos del análisis de la distribución, tendencia y dispersión de fenómenos aleatorios de naturaleza <i>binomial</i>.</p>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Esboza la curva de densidad para una variable aleatoria aproximadamente <i>normal</i>, a partir de la suavización del polígono de frecuencias de un ejemplo sencillo.</li> <li>• Deduce el proceso de estandarización de la distribución <i>normal</i>, aplicando la Regla Empírica, dentro de un problema contextualizado.</li> <li>• Utiliza la tabla para valores bajo la curva de la distribución <i>normal</i> estandarizada como el recurso para el cálculo de probabilidades o de valores <math>z</math> para dicha distribución.</li> <li>• Calcula probabilidades por medio de la distribución <i>normal</i> estandarizada dentro de problemas contextualizados, interpretando los resultados.</li> <li>• Contrasta la gráfica para una situación de comportamiento aproximadamente <i>normal</i> con su correspondiente gráfica en el modelo estandarizado.</li> <li>• Concluye que una variable aleatoria, discreta o continua, puede describirse y analizarse por su tendencia, dispersión y distribución.</li> </ul>	<p><b>Distribución <i>normal</i>:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modelo de probabilidades continuo.</li> <li>• Distribución <i>normal</i> estándar.</li> <li>• Área bajo la curva.</li> <li>• <i>Normal</i> y manejo de tablas.</li> <li>• Problemas de aplicación.</li> </ul>	<p>Se propone iniciar usando una ruleta para inducir la distribución <i>uniforme</i>, trabajada tanto por puntos como por sectores, con la finalidad de que los estudiantes asuman a la probabilidad como una fracción de área bajo la curva, cuando se trabaja con variables aleatorias continuas, diferenciándolas claramente de las variables discretas. Seguidamente se propone retomar la idea de la Regla Empírica para una variable aleatoria discreta, distribuida simétricamente (las fichas de dominó acomodadas como gráfico de barras para la variable correspondiente a la suma de los puntos, de modo tal que formarán una figura similar a una distribución <i>normal</i>). Posteriormente se pedirá a los alumnos ejemplos de distribuciones simétricas y acampanadas, en casos discretos y continuos, y diferenciar ambos tipos de variables, señalando al mismo tiempo la forma de la distribución como semejante a la <i>normal</i>. Por último se sugiere presentar un caso continuo y aproximadamente <i>normal</i>, con el que sea posible inducir el método de estandarización para una distribución de este tipo; igualmente, permite al profesor introducir a sus alumnos en la tabla de probabilidades para distribución <i>normal</i> estandarizada, su uso y sus limitaciones.</p> <p>Queda, a decisión del profesor, mencionar en clase que la distribución <i>binomial</i> se aproxima a una <i>normal</i> cuando se tiene una <math>n</math> grande y <math>p</math> cercana a 0.5, de modo tal que se vuelve factible resolver planteamientos binomiales con estas características utilizando la distribución <i>normal</i>.</p>

## Evaluación

Se sugiere plantear situaciones permeadas por el azar, solicitar su modelación y el uso de los valores esperados para toma de decisiones. Por ejemplo, recoger datos sobre alguna situación, graficarlos para revisar su distribución, tratar de modelarlos y usar sus valores esperados para obtener alguna conclusión o tomar alguna decisión.

## Unidad 2. Estimadores e introducción a la inferencia estadística

<p><b>Propósito:</b></p> <p>Al finalizar la unidad el alumno: Analizará el comportamiento de los estimadores media y proporción, a través del modelo Normal, para construir un vínculo entre la Probabilidad y la Inferencia Estadística.</p>	<p><b>Tiempo:</b> 14 horas</p>
---	------------------------------------

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p><b>El alumno:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Establece hipótesis o conjeturas acerca del comportamiento de una variable en una población, a partir de los datos de una muestra, de manera informal, en el contexto de una investigación o un problema.</li> <li>• Valora la importancia del azar en los procesos de muestreo.</li> <li>• Valora a los estimadores como variables aleatorias y como indicadores del posible valor puntual de sus correspondientes parámetros.</li> <li>• Inspecciona el comportamiento de la media y de la proporción muestrales como variables aleatorias, obtenidas por medio de la simulación física y/o computacional, dentro del contexto de un problema o una investigación y en términos de tendencia, dispersión y distribución.</li> <li>• Infiere que los estimadores media y proporción se distribuyen de manera aproximadamente <i>normal</i>, al trabajar con muestras grandes.</li> <li>• Construye las distribuciones muestrales para la media y la proporción, bajo las condiciones del Teorema del Límite Central y a partir de la expresión para estandarizar la distribución <i>normal</i>.</li> </ul>	<p><b>Población y muestra</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Muestreo aleatorio simple con y sin reemplazo.</li> </ul> <p><b>Parámetros y estadísticos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Variabilidad muestral.</li> <li>• Distribución muestral de medias.</li> <li>• Distribución muestral de proporciones.</li> </ul>	<p>Se recomienda usar estrategias y materiales que permitan conjeturar sobre la composición de un conjunto desconocido, a partir de seleccionar algunos de sus elementos (por ejemplo, urnas cerradas), con la finalidad de introducir a los estudiantes en los conceptos de población, muestra, muestreo con y sin reemplazo, y estimación. Estos conjuntos preferentemente deben tener un contexto y la simulación por computadora se recomienda ampliamente.</p> <p>Se sugiere recabar datos de los alumnos, por ejemplo, de sus estaturas y, auxiliándose con la computadora, revisar el comportamiento de las medias muestrales para muchas muestras de diferentes tamaño (por ejemplo, mil muestras de tamaño 3, de tamaño 10, etcétera).</p>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<ul style="list-style-type: none"> <li>Formula juicios acerca de la representatividad de una muestra, a partir de la probabilidad para algún valor de la media o de la proporción muestrales, obtenidas por medio de la computadora o la calculadora, dentro del contexto de un problema o una investigación.</li> </ul>	<b>Teorema del Límite Central.</b>	

## Evaluación

Se sugiere que los estudiantes, usando los datos que obtuvieron en las evaluaciones del primer curso, verifiquen las relaciones

$$\mu_{\bar{x}}, \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \mu_{\hat{p}} = p \text{ y } \sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{pq}{n}}$$

así como la distribución para  $\bar{x}$  y  $\hat{p}$  –se sugiere el uso de la computadora– y que presenten un reporte con sus conclusiones.

A partir de las actividades destinadas en esta unidad, se recomienda que se evalúen los aprendizajes alcanzados mediante el trabajo en equipo que permita la discusión sobre los fundamentos del Teorema del Límite Central a partir de la comparación de los valores de las medidas descriptivas muestrales y medidas descriptivas poblacionales y el tamaño de la muestra.

## Unidad 3. Inferencia estadística

<p><b>Propósito:</b></p> <p>Al finalizar la unidad el alumno: Realizará inferencias formales sobre los valores de los parámetros, a partir del análisis de los estimadores, para fundamentar la toma de decisiones en una investigación estadística, consolidando la formación de su pensamiento estadístico.</p>	<p><b>Tiempo:</b> 26 horas</p>
---	------------------------------------

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p><b>El alumno:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Construye el concepto de estimación por intervalo a partir de un problema.</li> <li>• Deduce las expresiones para el cálculo de intervalos de confianza para media o para proporción, bajo las condiciones del Teorema del Límite Central.</li> <li>• Estima la media y proporción poblacionales por medio del intervalo de confianza correspondiente, que haya generado en el contexto de una investigación o un problema, comunicando su interpretación.</li> <li>• Analiza el concepto de prueba de hipótesis, para una media y para una proporción, bajo las condiciones del Teorema del Límite Central.</li> <li>• Construye pruebas de hipótesis para la media y para la proporción, preferentemente con el uso de la computadora o la calculadora, en el contexto de una investigación o un problema.</li> <li>• Mide la validez de una hipótesis estadística para la media o para la proporción, en el contexto de una investigación o un problema.</li> <li>• Evalúa las características de interés en una población, de manera formal, a partir de los datos de una muestra, en el contexto de una investigación o un problema.</li> </ul>	<p><b>La estimación:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Estimación puntual y por intervalos para la media y la proporción de la población.</li> </ul> <p><b>Intervalos de confianza para la media y la proporción de la población:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Elementos que componen a un intervalo de confianza.</li> <li>• Aplicación e interpretación de resultados.</li> </ul> <p><b>Prueba de hipótesis para la media y la proporción de la población:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Elementos que componen una prueba de hipótesis.</li> <li>• Aplicación e interpretación de resultados.</li> </ul>	<p>En el sitio &lt;<a href="http://math.exeter.edu/rparris/winstats.html">http://math.exeter.edu/rparris/winstats.html</a>&gt; se puede descargar el paquete <i>Winstats</i>. Uno de sus “demos” corresponde a intervalos de confianza. Es posible usarlo a lo largo del tema, tanto como para introducir los conceptos básicos, como para la construcción de intervalos modificando media, desviación estándar, tamaño de muestra y nivel de confiabilidad.</p> <p>Se sugiere medir en clase el contenido de latas de jugo o bolsas de frituras para probar la hipótesis de si se respeta lo ofrecido en el contenido neto de los paquetes. Como proyecto implica definir población, tomar una muestra, recabar datos lo mejor posible, establecer una hipótesis estadística y probarla.</p> <p>El profesor decidirá trabajar las pruebas de hipótesis a través de los valores críticos propios del enfoque clásico, o a partir del p-valor, ya que esta última vía es la recurrente en los paquetes computacionales.</p>

## Evaluación

Se sugiere que los estudiantes recolecten datos, sea por observación o por experimentación, o utilicen los que obtuvieron en el curso anterior, que los usen para hacer e interpretar estimaciones, así como para plantear y probar hipótesis, acerca del comportamiento de  $\mu$  y  $p$ .

## Referencias

Se proponen los siguientes materiales bibliográficos y en red:

### Para el profesor

1. Bonet, J. (2003). *Lecciones de estadística. Estadística descriptiva y probabilidad*. España: Editorial Club Universitario.
2. Castillo, J., Gómez, J. (1998). *Estadística inferencial básica*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
3. De Canales, F. H., E. L. de Alvarado y E. B. Pineda. (1986). *Metodología de la investigación. Manual para el desarrollo de personal de salud*. Primera edición. Limusa.
4. Kahneman, D., A., Tversky y P. Slovic. (1982). *Judgement under uncertainty: heuristics and biases*. Cambridge.
5. Kerlinger, Fred N. y Howard B. Lee. (2000). *Investigación del comportamiento. Métodos de investigación en ciencias sociales*, 4a edición. México: McGraw Hill
6. Lander, J. P. (2014). *R for everyone*. Addison Wesley Data & Analytic Series.
7. Lohr, S. (1999). *Teoría del muestreo*. Thomson.
8. Méndez, I. (2000). *El protocolo de investigación*. Trillas.
9. Peat, J., y B. Barton. (2005). *Medical statistics*. Blackwell Publishing.
10. Prieto, L., I. Herranz. (2005) ¿Qué significa “Estadísticamente significativo”? Díaz de Santos.
11. R. Isaac. (1995). *The pleasures of probability*. Springer.
12. Sutherland, D. (1992). *Irracionalidad. El enemigo interior*. Alianza.
13. Scheaffer, R., Gnanadesikan, M., Watkins, A. y Witmer, J. (1996). *Activity based statistics*. Instructor Resources. Springer.
14. Triola, M. (2009). *Estadística*, décima edición. México: Pearson Addison Wesley.
15. Willoughby, S. (2000). *Probabilidad y estadística*. México: Publicaciones Cultural.

### Para el estudiante

1. Ávila, R. et al. (2005) *Paquete didáctico para estadística y probabilidad*. México: CCH-UNAM.
2. Ávila, R. et al. (2005). *Paquete didáctico para estadística y probabilidad II*. México: CCH-UNAM.
3. Bonet, J. (2003). *Lecciones de estadística. Estadística descriptiva y probabilidad*. España: Editorial Club Universitario.
4. Carrascal, U. (2009). *Estadística descriptiva con Microsoft Excel 2007*. Alfaomega.
5. Castillo, J., Gómez, J. (2000). *Estadística inferencial básica*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
6. Chao, L. (1989). *Introducción a la estadística*. CECSA.
7. Cintas, P., Almagro, L y Llabrés, J. *Estadística práctica con minitab*. Pearson-Prentice Hall
8. Haigh, J. (2003). *Matemáticas y juegos de azar*. Metatemáticas.
9. Mochón, S. (2004). *Desarrollando conceptos de probabilidad y estadística*. McGraw-Hill.
10. Paulos, J. A. (1998). *Un matemático lee el periódico*. Metatemáticas.
11. Paulos, J. A. (1988). *El hombre anumérico*. Metatemáticas.
12. Pérez, A.; Rodríguez, D., et al. (2005). *Paquete de evaluación de Estadística y Probabilidad I*. México: CCH-UNAM.
13. Rossman. (2006). *Workshop statistics*. Key Curriculum Press.
14. Scheaffer, R., Gnanadesikan, M., Watkins, A. y Witmer, J. (1996). *Activity based statistics*. Student Guide. Springer.
15. Triola, M. (2009). *Estadística*. Décima edición. México: Pearson Addison Wesley.
16. Willoughby, S. (2000). *Probabilidad y estadística*. México: Publicaciones Cultural.

Recomendación de uso o consulta de libros para cada unidad de Estadística I y II.  
 Por ejemplo, 2, cap 3, significa que se recomienda el capítulo (o sección) 3 del texto 2.

### Estadística I

Unidad	Estudiante	Profesor
1	1, Sección 2 y 4 3, cap. 1 4, cap. 1 5, cap. 1* 6, cap. 2, 3, 4 7, cap. 1 y 2 10, cap. 9 11, cap. 2 12 13, cap. 3 14, cap. 8	1, cap. 1, 2 2, cap. 1 5, cap. 1 6, cap. 1 7, cap. 1 8, cap. 1 10, cap. 7* 12, cap. 9 13, cap. 3 14, cap. 8
2	2, cap. 2 3, cap. 2 4, cap. 1 5, cap. 1* 6, cap. 7 y 8 15, cap. 3	1, cap. 3, 6 10, cap. 15* 15, cap. 3
3	3, cap. 3 4, cap. 2 5, cap. 2 8, cap. 1 y 2 4, cap. 4, 5 10, cap. 3 11, cap. 3 12 13, cap. 4 14, cap. 2 15, cap. 3	3, cap. 12, 13, 14 9, cap. 1, 2, 3, 4, 5 10, cap. 14* 12, cap. 3 13, cap. 4 14, cap. 2 15, cap. 3

### Estadística II

Unidad	Estudiante	Profesor
1	3, cap. 2 5, cap. 2* 9, cap. 7, 8 10, cap. 4, 5 16, cap. 1 13, cap. 5, 6 15, cap. 5	3, cap. 16 9, cap. 7, 12 10, cap. 14* 12, cap. 4, 5 13, cap. 5, 6 14, cap. 3 15, cap. 5
2	7, cap. 3 y 4 9, cap. 8 10, cap. 6 14, cap. 4 15, cap. 6 16, cap. 2	8, cap. 4, 5 9, cap. 12 10, cap. 15* 12, cap. 6 14, cap. 4 15, cap. 6
3	1, Sección 4 3, cap. 4 y 5 5, cap. 2* 7, cap. 5, 6 9, cap. 9 10, cap. 6, 7 14, cap. 5, 6 15, cap. 6 16, cap. 3	1, cap. 3 6, cap. 1* 7, cap. 1* 8, cap. 5, 6 10, cap. 14, 15* 11, cap. 1-15 12, cap. 6, 7 14, cap. 5, 6 15, cap. 6

\* Estos textos (o URL) tienen en otros capítulos (o páginas) información apropiada para algunas unidades de los programas de Estadística I y II, pero deberán ser consultados por el profesor para que elija apropiadamente y complemente las sugerencias dadas para esta unidad.

## Mesografía

<<http://www.inegi.org.mx>> al 10 de diciembre de 2015.  
 <<http://consulta.mx>> al 10 de diciembre de 2015.  
 <<http://estepais.com>> al 10 de diciembre de 2015.  
 <<http://www.censo2010.org.mx>> al 10 de diciembre de 2015.  
 <<http://math.exeter.edu/rparris/>> al 10 de diciembre de 2015.  
 <<http://portalacademico.cch.unam.mx/materiales/prof/matdidac/sitpro/mate/estad/estad1/Estadistica/index.html>> al 10 de diciembre de 2015.

## Propuesta de videos

Para Estadística Descriptiva, historia y fundamentos  
 <<https://www.youtube.com/watch?v=gs2CSCr4hGQ>> al 10 de diciembre de 2015.  
 <<https://www.youtube.com/watch?v=po37moq9eYg&list=PL2fMb9MMS3eaOrJQYYQiUOPVkOMBmVUsa>> al 10 de diciembre de 2015.

Representación gráfica  
 <<https://www.youtube.com/watch?v=pT3OfSsdXC8>> al 10 de diciembre de 2015.

Gráficos en Excel (datos agrupados y datos no agrupados)  
 <<https://www.youtube.com/watch?v=04pGYGNxRZY>> al 10 de diciembre de 2015.  
 <[https://www.youtube.com/watch?v=s0PP3v\\_YcCU](https://www.youtube.com/watch?v=s0PP3v_YcCU)> al 10 de diciembre de 2015.  
 <<https://www.youtube.com/watch?v=2pifUf0Y4ts>> al 10 de diciembre de 2015.

Medidas de tendencia central y de dispersión. Deciles, percentiles.  
 <<https://www.youtube.com/watch?v=XDUndiON7fk>> al 10 de diciembre de 2015.  
 <<https://www.youtube.com/watch?v=GgXi00GbCnQ>> al 10 de diciembre de 2015.

Hombre vitruviano y proporción áurea (útil en el tema de correlación)  
 <<https://www.youtube.com/watch?v=xQifNII4U0M>> al 10 de diciembre de 2015.

Regresión lineal con calculadora  
 <<https://www.youtube.com/watch?v=IXho6TxHj88>> al 10 de diciembre de 2015.  
 <<https://www.youtube.com/watch?v=2Kb9ppoej-4>> al 10 de diciembre de 2015.

## MTC y gráficas con Minitab

<<https://www.youtube.com/watch?v=bvwNNDxJEMc>> al 10 de diciembre de 2015.  
 <<https://www.youtube.com/watch?v=DoftNzC6wQI>> al 10 de diciembre de 2015.

Probabilidad. Regla de multiplicación  
 <<https://www.youtube.com/watch?v=ifTWwKH8AT0>> al 10 de diciembre de 2015.

Independencia  
 <<https://www.youtube.com/watch?v=d4yIg-nEk-M>> al 10 de diciembre de 2015.

Probabilidad condicional  
 <<https://www.youtube.com/watch?v=lk9NPdNgXhQ>> al 10 de diciembre de 2015.

Probabilidad total y teorema de Bayes  
 <[https://www.youtube.com/watch?v=3h29\\_gTdZGQ](https://www.youtube.com/watch?v=3h29_gTdZGQ)> al 10 de diciembre de 2015.  
 <[https://www.youtube.com/watch?v=kd\\_F14sNZPY](https://www.youtube.com/watch?v=kd_F14sNZPY)> al 10 de diciembre de 2015.

Muestreo  
 <<https://www.youtube.com/watch?v=viyYsnR6FQA>> al 10 de diciembre de 2015.

Distribución *normal*  
 <[https://www.youtube.com/watch?v=jKimIl\\_E2iM](https://www.youtube.com/watch?v=jKimIl_E2iM)> al 10 de diciembre de 2015.  
 <[https://www.youtube.com/watch?v=\\_zoRQDN4sOM](https://www.youtube.com/watch?v=_zoRQDN4sOM)> al 10 de diciembre de 2015.

Teorema Central del Límite  
 <<https://www.youtube.com/watch?v=xZmFqLHIFJk>> al 10 de diciembre de 2015.

Intervalos de Confianza con Minitab  
 <<https://www.youtube.com/watch?v=OzL0fFA7dJ0>> al 10 de diciembre de 2015.

Estimación  
 <<https://www.youtube.com/watch?v=PpstY6hI13s>> al 10 de diciembre de 2015.

Pruebas de hipótesis  
 <<https://www.youtube.com/watch?v=AJcy4eZMwWM>> al 10 de diciembre de 2015.