

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD I

Unidad 1. Obtención, descripción e interpretación de información estadística

<p>Propósito:</p> <p>Al finalizar la unidad el alumno: Realizará inferencias informales acerca del comportamiento de una característica de interés en una población definida dentro de su entorno, a partir del análisis de su tendencia, variabilidad y distribución, en una muestra obtenida de dicha población, para contribuir a la formación de su pensamiento estadístico.</p>	<p>Tiempo: 28 horas</p>
---	------------------------------------

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>El alumno:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Discute que la estadística estudia la variabilidad de una característica de la población, considerando la homogeneidad o heterogeneidad en los valores observados. • Explica las nociones de variable, población y muestra estadísticas. • Aprecia la importancia del muestreo. • Reconoce que los datos estadísticos se obtienen por levantamiento o por experimentación. • Valora la importancia de la recopilación y representación de datos en la investigación estadística. • Concluye que el azar es causa de la variabilidad en los datos estadísticos. • Distingue los diferentes tipos de variables estadísticas. • Diseña un procedimiento de selección aleatoria que le permita obtener datos de una población, con el fin de describir el comportamiento de alguna característica. 	<p>Nociones básicas de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Variable, población y muestra. • Investigación estadística. • Muestreo. • Variabilidad. • Azar y probabilidad. <ul style="list-style-type: none"> • Tipos de variables. • Recopilación de datos. • Tablas de distribución de frecuencias. 	<p>Proyección del video <i>Variabilidad</i>, del IIMAS, y posterior discusión para fijar las nociones básicas para el curso.</p> <p>Ante el grupo presentar la siguiente nota: “En el número 3,807 de la Gaceta UNAM, del 12 de mayo de 2005, en la página 11 apareció el artículo “La terapia con mascotas mejora la vida humana”. El primer párrafo dice:</p> <p>“Setenta por ciento de la población latinoamericana vive con mascotas y de ésta, 23 por ciento tiene capacidades diferentes o vive en soledad”. Esto fue dicho por José Antonio Ferrara Haney, especialista en Etología e integrante de la empresa Comunicación Animal”.</p> <p>A partir de esta información se pueden colocar preguntas como a qué se refiere el término población, cómo se obtuvieron los resultados y cómo podría replicarse el estudio en un barrio o la colonia de alguno de los estudiantes.</p>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<ul style="list-style-type: none"> • Construye tablas de distribución de frecuencias, incorporando también el uso de la computadora, para describir el comportamiento de una variable. • Construye gráficas, incorporando también el uso de la computadora para describir el comportamiento de una variable. • Calcula medidas de tendencia central, de dispersión y de posición, incorporando también el uso de computadora o la calculadora para describir el comportamiento de una variable. • Concluye que el comportamiento de una colección de datos se manifiesta a partir de su tendencia, dispersión y distribución, dentro de algún contexto. • Escoge la medida de tendencia más adecuada para describir el comportamiento de una colección de datos. • Infiere el comportamiento de la variable, a partir de la descripción del comportamiento de los datos. • Argumenta la validez de las inferencias informales que realice, a partir del comportamiento de una colección de datos. • Compara la variabilidad entre dos muestras de dos distintas poblaciones por medio de sus coeficientes de variación. 	<p>Representaciones gráficas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Gráfica de barras. • Gráfica circular. • Gráfica de caja. • Histograma de frecuencias. • Polígono de frecuencias. • Ojivas. <p>Medidas de tendencia central, medidas de dispersión y medidas de posición y sus propiedades:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Media. • Mediana. • Moda. • Varianza. • Desviación típica. • Cuantiles. <p>Coefficiente de variación, sus propiedades y restricciones en su uso</p>	<p>Recoger en el salón de clases datos sobre algunas características de los alumnos (edad, peso, estatura, género, número de hermanos, gusto por algunos deportes, tiempos de traslados), que consideren los diferentes tipos de variables para avanzar en las ideas de levantamiento de datos, sistematización, representación y análisis; además, será posible establecer la diferencia entre censo y encuesta. Se sugiere ampliamente el uso de la computadora.</p> <p>Aplicar dos proyectos. El primero corresponde a la importancia del agua; se documentará el problema del agua, y luego se realizará un pequeño estudio sobre su consumo dentro de los hogares de los alumnos, a partir de revisar los recibos del último año. El segundo cada alumno pondrá a germinar 10 semillas de frijol o lenteja, planteando de antemano el número de semillas que creen que germinarán para cotejarlo con el resultado real final. De este modo, podrán discutirse ideas, como la aleatoriedad en los fenómenos estadísticos y la idea básica de inferencia. Ambos proyectos deberán realizarse por los estudiantes y presentarse ante sus pares. En el primer caso, se abre la discusión sobre la selección aleatoria de una muestra y su representatividad; en el segundo, sobre la obtención de datos experimentales y su representatividad.</p> <p>Se aprovecharán las secuencias anteriores para la construcción de tablas y gráficos, así como para el cálculo de medidas descriptivas. Una vez que se tengan tablas, gráficos y medidas, estas representaciones podrán utilizarse para la interpretación del comportamiento de la variable y para establecer inferencias informales, en términos de distribución, tendencia y variabilidad, y para argumentar la validez de dichas inferencias.</p>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<ul style="list-style-type: none"> • Discute la Regla empírica y sus limitaciones, en términos también de relación entre tendencia, dispersión y distribución. 	<p>Regla empírica y sus limitaciones.</p>	<p>Utilizar los datos correspondientes a los pesos o a las estaturas obtenidos en la recogida de datos de los alumnos en el grupo, con la finalidad de comparar la variabilidad de los pesos o las estaturas por género, utilizando el coeficiente de variación; deberá señalarse claramente que el uso de esta medida para comparar VARIABILIDAD, sólo es posible cuando se mide la MISMA VARIABLE en dos muestras de dos poblaciones diferentes, y bajo la condición de que ambas poblaciones TENGAN LA MISMA DISTRIBUCIÓN.</p> <p>Clarificar en clase que la Regla empírica solamente funciona para DISTRIBUCIONES APROXIMADAMENTE SIMÉTRICAS.</p> <p>Usar en una secuencia datos que se hayan tomado entre los alumnos respecto a los tiempos de traslado de sus casa a la escuela, considerando hora de salida, hora de llegada y día de la semana, por lo menos; estos datos se sistematizarán y se podrán buscar las relaciones entre el día o la hora de salida y el tiempo de traslado; igualmente, se podrán comparar medias y desviaciones estándar. Esta secuencia será útil tanto como actividad de cierre como actividad de introducción a la siguiente unidad.</p>

Evaluación

De manera particular, se sugiere evaluar los aprendizajes de esta unidad por medio del siguiente proceso: que los estudiantes, trabajando en equipos, realicen un proyecto de investigación estadística que implique levantamiento de datos, preferentemente para más de una variable. Definirán y, en su caso, justificarán la población de estudio, las variables a analizar, el tamaño y representatividad de la muestra, y el proceso de levantamiento de datos y su representación. Expondrán ante grupo sus resultados, explicando la importancia de los mismos, su variabilidad y presentando las conclusiones que puedan obtenerse respecto a la población de estudio, argumentando la validez que tengan estas inferencias.

Unidad 2. Obtención e interpretación de información estadística con datos bivariados

<p>Propósito:</p> <p>Al finalizar la unidad el alumno: Analizará la relación entre dos variables estadísticas y realizará predicciones, a partir del reconocimiento y la modelación de dicha relación, evaluando el grado de intensidad en ella, con la finalidad de elevar su capacidad de interpretar y evaluar críticamente la información estadística en dos variables aparejadas.</p>	<p>Tiempo: 10 horas</p>
--	------------------------------------

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>El alumno:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Distingue que entre dos variables puede existir alguna relación. • Construye tablas de contingencia para presentar la información correspondiente a dos variables cualitativas aparejadas. • Examina la información vertida en una tabla de contingencia, en términos de la relación entre dos variables cualitativas, dentro del contexto de una investigación o un problema. • Valora la importancia de las tablas de contingencia en la presentación y análisis del comportamiento de dos variables cualitativas aparejadas. • Construye diagramas de dispersión para describir el comportamiento de dos variables cuantitativas aparejadas. • Examina la información vertida en un diagrama de dispersión, en términos de la correlación entre dos variables, dentro del contexto de una investigación estadística o un problema. 	<p>Correlación entre dos variables.</p> <p>Asociación entre dos variables cualitativas. Tablas de contingencia, gráficos y su interpretación.</p> <p>Regresión lineal y correlación.</p>	<p>Aplicar en clase la siguiente situación:</p> <p>“El supervisor de un proceso de ensamblado desea determinar si el número de artículos fabricados con defectos depende del día de la semana en que son producidos”, agregando una tabla de doble entrada con artículos defectuosos y no defectuosos, contra día de la semana. También se pueden utilizar los datos del grupo referentes al gusto por los dos deportes, con la finalidad de inducir la posible asociación entre dos variables cualitativas y la manera de representarla dentro de una tabla de contingencia o doble entrada y por medio de gráficos de barras. Posteriormente, se interpretará la información vertida en las tablas y los gráficos para inferir informalmente el comportamiento de estas variables y su relación dentro de la población.</p>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<ul style="list-style-type: none"> • Descubre que la recta de mínimos cuadrados es la que mejor modela la correlación entre dos variables, cuando ésta se presenta de manera aproximadamente lineal. • Analiza los estimadores de los parámetros de la recta de mejor ajuste y el coeficiente de correlación, interpretándolos dentro del contexto. • Identifica que existen otros tipos de relación entre dos variables cuantitativas, además de la lineal. • Valora, con el apoyo de la computadora, el comportamiento del coeficiente de correlación entre dos variables cuantitativas, ajustando algunos puntos en el plano bidimensional a una relación aproximadamente lineal y/o a una serie de datos no relacionados, dentro del contexto de una investigación o un problema. • Estima, considerando las limitaciones del dominio, el valor de una variable regresora de un valor de la variable de respuesta, por medio de la recta de mejor ajuste entre dos variables cuantitativas, con el apoyo de la computadora. 		<p>Usar los datos de los tiempos de traslado de la casa a la escuela, específicamente con las variables de la hora de salida y el tiempo de traslado; también se pueden usar en otra secuencia los datos de estaturas y pesos de los alumnos, con la finalidad de buscar en el salón de clases si existen las relaciones entre las variables y cómo representarlas gráficamente.</p> <p>Procurar datos referentes al peso corporal y la presión sistólica de algunas personas, con la finalidad de interpretar el valor de r dentro de una situación contextualizada; este valor de r puede darlo el profesor o se puede trabajar en clase con su cálculo.</p> <p>Plantear el proyecto de tomar medidas antropométricas (estatura, ancho de brazos, circunferencia del cráneo, largo de brazos o piernas, apertura de manos, etcétera) entre algunos alumnos del grupo, establecer posibles relaciones entre algunas parejas de variables y probar su correlación. Realizar algunas estimaciones y argumentar su alcance y validez.</p>

Evaluación.

Se propone evaluar la presente unidad por medio del siguiente proceso: que los estudiantes, trabajando en equipos, continúen con el proyecto de investigación estadística propuesto como evaluación para la unidad 1, utilizando observaciones de datos aparejados. Definirán y, en su caso justificarán la población de estudio, las variables a analizar, el tamaño y representatividad

de la muestra, y el proceso de levantamiento de datos y su representación. Expondrán ante grupo sus resultados, explicando la importancia de los mismos, su variabilidad, la intensidad en las relaciones entre variables y presentando las conclusiones y los pronósticos que puedan obtenerse, argumentando la validez que tengan estas inferencias.

Unidad 3. Azar: modelación y toma de decisiones

<p>Propósito:</p> <p>Al finalizar la unidad el alumno: Continuará el desarrollo de su pensamiento estadístico, a través del conocimiento y modelación de los fenómenos aleatorios, desde los tres enfoques de la probabilidad, incluyendo la toma de decisiones.</p>	<p>Tiempo: 26 horas</p>
---	------------------------------------

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>El alumno:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reafirma las diferencias entre fenómenos deterministas y fenómenos aleatorios. • Identifica a la probabilidad como la medida de la posibilidad de ocurrencia de un evento. • Infiere la probabilidad de ocurrencia de algún resultado de un fenómeno aleatorio de manera subjetiva. • Mide la probabilidad aproximada de ocurrencia de algún resultado de un fenómeno aleatorio a partir de una serie lo suficientemente grande de observaciones experimentales o de simulaciones físicas o por computadora. • Valora la importancia de la conceptualización de la definición clásica de Probabilidad. • Distingue la relación entre la probabilidad frecuencial y la clásica, a partir de analizar la aproximación a un valor, modelando fenómenos aleatorios de manera física o con la computadora. • Define los conceptos de espacio muestral y evento. • Construye espacios muestrales, eventos simples, y eventos compuestos por medio de la disyunción, la conjunción o la negación. • Explica el concepto de mutua exclusividad entre eventos. 	<p>Fenómenos deterministas y fenómenos aleatorios y concepto de azar.</p> <p>Enfoques de la probabilidad:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Subjetivo. • Frecuencial. • Clásico. 	<p>En el sitio <http://www.censo2010.org.mx> hay una liga que dice México... ¿Cuántos son como tú?, en la que se accede a un programa que muestra cuántas personas en el país comparten algunas características demográficas con el usuario. Se pueden colocar preguntas que lleven a discutir con los alumnos sobre el grado de posibilidad de ocurrencia de algunos sucesos de su entorno y vida cotidiana.</p> <p>Aplicar la siguiente situación: “Estimar la probabilidad de que en un grupo de cinco personas, al menos dos de ellas tengan el mismo signo del zodiaco (hay 12 signos zodiacales y se supone que cada signo es igualmente probable para cualquier persona)”, para que los alumnos observen la convergencia y puedan determinar la probabilidad del evento planteado. También se les pedirá que en la computadora realicen otras simulaciones similares y que usen los resultados para representar gráficamente el fenómeno de convergencia.</p> <p>Como ejercicios en los que se aplique el diagrama de árbol como herramienta para el cálculo de probabilidades, así como la simulación, se pueden presentar los siguientes problemas:</p> <p>“Considera el siguiente experimento: Tres automóviles toman una determinada salida de autopista y dan vuelta a la izquierda (I) o a la derecha (D) al final de la rampa de salida. Representa el evento en que solo uno de ellos da vuelta a la derecha”.</p>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<ul style="list-style-type: none"> • Calcula probabilidades de eventos. • Construye tablas de contingencia para representar las relaciones entre dos eventos. • Construye la expresión para el cálculo de la probabilidad condicional entre dos eventos, a partir de la información contenida en una tabla de contingencia. • Calcula probabilidades condicionales utilizando la expresión correspondiente. • Reconoce el concepto de independencia. • Calcula la probabilidad conjunta de eventos independientes. • Concluye que la información obtenida a través del cálculo de probabilidades es importante en la toma de decisiones. 	<ul style="list-style-type: none"> • Concepto de incertidumbre. • Espacio muestral y diferentes tipos de eventos. Cálculo de probabilidad de eventos simples y compuestos. Probabilidad condicional y de eventos independientes. 	<p>“En el lanzamiento de 3 monedas, ¿cuál será el valor de la probabilidad de que ninguna moneda sea águila o que ninguna sea sol?”</p> <p>Presentar una tabla de doble entrada en la que se tengan, por ejemplo, tres grados escolares y tres edades diferentes para alumnos, y en donde se pregunte por la probabilidad de observar algunos eventos simples y compuestos para inducir, por medio de la discusión en grupo, las expresiones para el cálculo de probabilidades de eventos compuestos, y los conceptos de eventos complementarios, mutuamente excluyentes, incluyentes, dependientes e independientes.</p> <p>Para revisar las ideas de experimentos con reemplazo y sin reemplazo, presentar la siguiente situación, misma que puede simularse para facilitar la presentación de conjeturas:</p> <p>¿Qué probabilidad hay de seleccionar un par de una baraja inglesa –de 52 cartas– si:</p> <ol style="list-style-type: none"> a) la primera carta que se seleccione se devuelve al mazo y se selecciona una segunda carta? b) la primera carta que se seleccione no se regresa al mazo y se selecciona una segunda carta? <p>Presentar la siguiente situación: “Sofía y Juan se citan en Vips entre 5 y 6 de la tarde. Acuerdan que el primero que llegue esperará al otro 15 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que se encuentren?”, para explorar diferentes vías de solución a problemas de probabilidad, PRIVILEGIANDO la simulación con la computadora, y argumentando la validez del enfoque frecuencial en el cálculo de probabilidades.</p> <p>Queda a consideración del profesor utilizar elementos de teoría de conjuntos –particularmente lenguaje y notación–, así como elementos de combinatoria y diagramas de árbol para apoyar el alcance de los aprendizajes.</p> <p>Del mismo modo, se sugiere el uso de la computadora lo más posible, tanto para el tratamiento de datos como para la simulación.</p>

Evaluación

Al inicio del curso o de cada tema o unidad o de cada clase, el profesor debe explorar el nivel de conocimientos previos alcanzado por los estudiantes hasta ese momento, mediante interrogatorios orales o eventuales pruebas escritas, o cuestionarios, entre otros (evaluación diagnóstica) a fin de ajustar su planeación didáctica, por ejemplo, puede proponer preguntas relacionadas con los conceptos de aleatoriedad, independencia y valores apropiados para las probabilidades de los eventos y, de acuerdo a los resultados, discutirlos con los alumnos. Con ello, el profesor tendrá una mejor idea del nivel de conocimientos que los alumnos poseen. Para retroalimentar oportunamente el proceso de enseñanza aprendizaje el profesor, a lo largo del desarrollo de las actividades escolares debe observar atentamente y recopilar información acerca del progreso y dificultades de los estudiantes en su proceso de aprendizaje, mediante cuestionamientos, observaciones, tareas, ejercicios, participaciones en las actividades propuestas, proyectos, exposiciones en clase, pruebas escritas u orales y reportes, entre otros (evaluación formativa), por ejemplo, cuando los alumnos estén realizando alguna simulación física de algún experimento aleatorio, se sugiere esté atento a las conclusiones que los alumnos realizan, con la finalidad de guiarlos para que se apropien correctamente de los conocimientos.

Al término de cada sesión, tema, unidad o curso, el profesor debe obtener evidencia del dominio de los aprendizajes propuestos y del logro de los objetivos y propósitos planteados en cada uno de esos cortes temporales (evaluación sumativa). Para ello, se sugiere plantear una selección de problemas contextualizados cuya estructura posibilite la valoración de la capacidad del alumno para conjeturar sobre la probabilidad de ocurrencia de un evento, y confrontar dicha conjetura por medio de la simulación del evento, validando los resultados por medio de modelos clásicos. Por ejemplo: un problema en el que se pida conjeturar sobre la probabilidad de acertar sucesivamente cinco canastas, a sabiendas de que se tiene 80% de eficiencia en tiros de baloncesto, simularlo física o computacionalmente, y validarlo por medio del producto de las probabilidades marginales. También se sugiere utilizar los datos obtenidos para la evaluación de las unidades 1 y 2 y que se hayan sistematizado en tablas de doble entrada, para calcular probabilidades de diferentes eventos, simples o compuestos, interpretando los valores obtenidos dentro del contexto de la investigación de la que se obtuvieron los datos.